

Л. Г. ЛОЙЦЯНСКИЙ

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

ИЗДАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ
И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено Министерством
высшего и среднего специального образования СССР
в качестве учебника для студентов вузов,
обучающихся по специальности «механика»

BEST AVAILABLE COPY



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1973

Иногда под интенсивностью вихревой трубы понимают поток вектора угловой скорости $\omega = \frac{1}{2} \operatorname{rot} V$, т. е. величину

$$i' = F_\alpha(\omega) = \frac{1}{2} F_\alpha(\operatorname{rot} V) = \frac{1}{2} i,$$

отличающуюся от предыдущего определения лишь постоянным множителем $1/2$; это различие всегда оговаривается и не должно приводить к недоразумениям.

Применяя вторую теорему Гельмгольца к элементарной вихревой трубке, можем выбрать малые сечения σ_1 и σ_2 плоскими и нормальными к поверхности трубы; тогда с точностью до малых высших порядков будем иметь $\omega_1 \sigma_1 = \omega_2 \sigma_2$. Из этого равенства вытекает, что сечение трубы не может стать равным нулю, так как это привело бы к возрастанию до бесконечности угловой скорости вращения жидких частиц в этом сечении (рис. 8). Отсюда следует

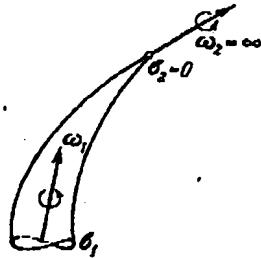


Рис. 8.

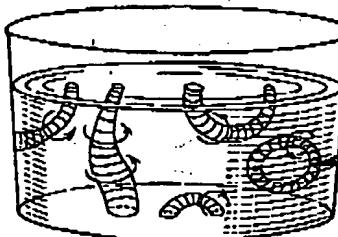


Рис. 9.

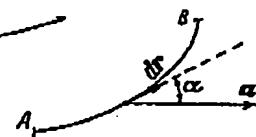


Рис. 10.

известный опытный факт: вихревые трубы не могут заканчиваться внутри жидкости; они либо образуют замкнутые кольца, либо опираются на стенки сосуда или свободные поверхности (рис. 9).

Вторая теорема Гельмгольца представляет чисто кинематическую теорему, не связанную со специфическими свойствами жидкостей или особенностями принятых их моделей. Доказательство теоремы основывалось лишь на общем свойстве сплошности (непрерывности) среды. Вот почему выводы из этой теоремы хорошо отражают действительность. Для пользования этой теоремой полезно обратиться к другому, практически более удобному выражению интенсивности вихревой трубы.

Вихрь скорости, так же как и угловая скорость частицы, не поддается непосредственному измерению приборами. Нельзя непосредственно мерить и интенсивность вихревой трубы. Однако, помимо введенного в настоящем параграфе, существует другое, гораздо более наглядное определение интенсивности вихревой трубы, связанное с понятием циркуляции скорости.

Рассмотрим отрезок AB (рис. 10) кривой C , проведенной в поле вектора a и обозначим через dr направленный элемент дуги этой кривой. Криволинейный интеграл

$$\begin{aligned} \Gamma_{AB}(a) &= \int_A^B a \cdot dr = \int_A^B a ds \cos(\hat{a}, \hat{dr}) = \int_A^B a \cos \alpha ds = \\ &= \int_A^B a_s ds = \int_A^B (a_x dx + a_y dy + a_z dz) \end{aligned} \quad (28)$$

определен
мер, из
ния C

позволя
траектор
Если
интегра

Про
(рис. 11)
если a п
мый век
Стокса

$$\int_a^b p_x \left(\frac{dp}{dt} \right) dt \div p_z$$

Векторна

или, согла

Полагая з
как произ
к следующ
ции скор
трубки и с

Теорем
интенсивно
средствен
ляет в наст
ющих в инт
несравнимо
требуем е
рование, св
ляющий яв
мер, следуя
шего резер
случайной
движение. П
трубку, вых
интенсивнос
по контуру,
так и в плос
и периметр
вдалеке от
кручивания